

תחרות גיליס - תשנ"ט (1999)

1. ידוע שמצולע קמור M לא מכיל אף משולש ששטחו גדול מ-1. הוכח שאפשר להכיל את המצולע במשולש ששטחו לא גדול מ-4.
2. רב-איבר $P(x) = ax^3 + \dots$ ממעלה 3 מקיים את התנאי $|P(x)| < 1$ עבור כל x בקטע $[-1, 1]$. הוכח ש- $|a| < 30$. האם תמיד נכון ש- $|a| < 9/2$?
3. 1999 ז'וקים נמצאים במשבצות על הלוח 2000×2000 כך שלאף אחד מהם אין שכנים (במשבצות שיש להן צלע משותף). הוכח שאחד מהז'וקים יכול לעבוד למשבצת שכנה כך שגם במקום החדש לא יהיו לו שכנים.
4. רב-איבר P עם מקדמים שלמים בקבל את הערכים $P(a) = 1$, $P(b) = 2$, $P(c) = 3$ בשלשה ערכים שלמים a, b, c . הוכח ש- b נמצא בין a לבין c .
5. נתונים n וקטורים באורך יחידה במישור שסכומם אפס. הוכח שאפשר לסדר אותם כך שארך סכום של כל k הראשונים לא יהי גדול מ-2 עבור כל k בין 2 ל- $(n-1)$?